УДК 658.345:621.874+06

### О.А. КАЛАШНИКОВА

# РАСЧЕТ ВИБРОСКОРОСТЕЙ ПРИ ФРЕЗЕРОВАНИИ ЛОНЖЕРОНОВ

В работе рассмотрен процесс формирования вибраций при фрезеровании длинно-мерных деталей (лонжеронов). Получены аналитические зависимости, которые позволяют рассчитать спектр вибраций лонжерона и на этой основе определить ожидаемые уровни излучаемого шума.

Ключевые слова: вибрация, шум, фрезерование, лонжерон.

**Введение.** Большинство работ, посвященных возникновению и распространению вибраций при фрезеровании, рассматривают обработку коротких сплошных заготовок на универсальном оборудовании. Существующие модели возбуждения вибраций, относящиеся к фрезерованию коротких сплошных деталей, рассмотренных как балка на упругом основании [1–3], неприменимы для условий фрезерования лонжеронов. Лонжерон значительно отличается от таких заготовок, поскольку один из его размеров многократно превышает два других и кроме этого по всей длине имеется внутреннее отверстие. Определим спектр вибраций лонжерона и уровни излучаемого шума.

**Расчет вибраций лонжерона.** Уравнения движения заготовки (лонжерона) как длинномерной тонкостенной оболочки, имеющей две оси симметрии, представим в виде:

$$EJ_{X}(z)\frac{\partial^{4}\eta}{\partial z^{4}} - \rho J_{X}(z)\frac{\partial^{4}\eta}{\partial z^{2}\partial t^{2}} + \rho F(z)\frac{\partial^{2}\eta}{\partial t^{2}} = P_{Y}(z,t)\delta(z-z_{0});$$

$$EJ_{Y}(z)\frac{\partial^{4}\varepsilon}{\partial z^{4}} - \rho J_{Y}(z)\frac{\partial^{4}\varepsilon}{\partial z^{2}\partial t^{2}} + \rho F(z)\frac{\partial^{2}\varepsilon}{\partial t^{2}} = P_{X}(z,t)\delta(z-z_{0}), \quad (1)$$

где E — модуль упругости заготовки, Па; J(z) — момент инерции, м $^4$ ;  $\delta \left( z - z_0 \right)$  — дельта функция, смещенная по координате.

При операциях фрезерования  $P_{Y\!Z}$  и мощность резания N согласно исследованиям И.Г. Жаркова [4] и нормативам режимов резания [5] определяются по следующим формулам:

$$\tilde{P}_{YZ} = P_{YZ} \cos \frac{\pi n z^*}{30} t - (q - 1) \frac{2\pi}{z^*} = P_{YZ} \cos \omega z^* t - (q - 1) \frac{2\pi}{z^*}$$
; (2)

$$P_{YZ} = \frac{10C_p t^{X^*} S_z^{Y^*} B^{n^*} z^*}{d^{q^*} n^{w^*}} K_{MP}, (H);$$
 (3)

$$N = P_Z V_P, \beta_T ), \tag{4}$$

где t — глубина резания;  $S_z$  — подача на зуб фрезы, мм/зуб; B — ширина фрезерования, мм;  $z^*$  — число зубьев фрезы; d — диаметр фрезы, мм;  $\omega$  — частота вращения фрезы, м/мин;  $V_p$  — скорость резания, м/мин;  $C_p$   $K_{MP}$   $x^*$   $y^*$   $n^*$   $q^*$   $w^*$  — коэффициенты, зависящие от об-

рабатываемого материала, материала фрезы, геометрических параметров режущих пластинок и типа фрезы, выбираются по соответствующим таблицам [5].

Для шарнирно-опертой балки с учетом краевых условий и разложения технологической нагрузки, перемещающейся вдоль заготовки, получены дифференциальные уравнения поперечных колебаний:

$$EJ_{X}\left(z\right)\frac{\partial^{4}\eta}{\partial z^{4}} - \rho J_{X}\left(z\right)\frac{\partial^{4}\eta}{\partial z^{2}\partial t^{2}} + \rho F\left(z\right)\frac{\partial^{2}\eta}{\partial t^{2}} =$$

$$= \frac{2P_{YII}}{l}\sin\frac{\pi kz}{l}\sin\frac{\pi kS}{l}t\cos 0, 1nz^{*} - (q-1)\frac{2\pi}{z^{*}};$$

$$EJ_{Y}\left(z\right)\frac{\partial^{4}\varepsilon}{\partial z^{4}} - \rho J_{Y}\left(z\right)\frac{\partial^{4}\varepsilon}{\partial z^{2}\partial t^{2}} + \rho F\left(z\right)\frac{\partial^{2}\varepsilon}{\partial t^{2}} =$$

$$= \frac{2P_{XII}}{l}\sin\frac{\pi kz}{l}\sin\frac{\pi kS}{l}t\cos 0, 1nz^{*} - (q-1)\frac{2\pi}{z^{*}};$$
(5)

где l — длина заготовки;  $S_{ll}$  — скорость продольной подачи, м/с. Введем обозначения:

$$\eta(z,t) = \eta(t)\sin\frac{\pi kz}{l} \quad \text{if} \quad \epsilon(z,t) = \epsilon(t)\sin\frac{\pi kz}{l}. \tag{6}$$

Подставив выражение (6) в систему (5), получим

$$\rho J_{X}(z) \frac{\pi k}{l}^{2} + \rho F(z) \frac{d^{2} \eta(t)}{dt^{2}} + EJ_{X}(z) \frac{\pi k}{l}^{4} \eta(t) =$$

$$= \frac{2P_{YII}}{l} \sin \frac{\pi kS}{l} t \cos \frac{\pi nz^{*}}{30} t - (q-1) \frac{2\pi}{z^{*}}$$

$$\rho J_{Y}(z) \frac{\pi k}{l}^{2} + \rho F(z) \frac{d^{2} \varepsilon(t)}{dt^{2}} + EJ_{Y}(z) \frac{\pi k}{l}^{4} \varepsilon(t) =$$

$$= \frac{2P_{YII}}{l} \sin \frac{\pi kS}{l} t \cos \frac{\pi nz^{*}}{30} t - (q-1) \frac{2\pi}{z^{*}}$$
(7)

Для условий жесткого закрепления, что соответствует заготовке малой изгибной жесткости, краевые условия закрепления имеют вид [6]:

$$z = 0$$

$$y = 0; \quad \frac{dy}{dz} = 0;$$

$$z = l$$

$$y = 0; \quad \frac{dy}{dz} = 0.$$

**Определение уровня шума.** В этом случае функцию, удовлетворяющую этим условиям, зададим в виде

$$\varphi(z) = \sin^3 \frac{\pi kz}{l},$$

тогда

$$\delta(z-z_0) = \frac{2}{l} \sin^3 \frac{\pi kz}{l} \sin^3 \frac{\pi kS_{II}}{l} t.$$

Производя преобразования, получим:

$$\begin{split} EJ_{x}(z) \frac{\partial^{4} \eta}{\partial z^{4}} - \rho J_{x}(z) \frac{\partial^{4} \eta}{\partial z^{2}\partial t^{2}} + \rho F(z) \frac{\partial^{2} \eta}{\partial t^{2}} &= \frac{2P_{y}}{l} \\ + \frac{3}{2} \sin \frac{\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} t + q - 1\frac{2\pi}{z} - \frac{1}{2} \sin \frac{3\pi kS_{n}}{l} + \frac{\pi nz^{*}}{30} t - (q - 1)\frac{2\pi}{z^{*}} - \frac{1}{2} \sin \frac{3\pi kS_{n}}{l} + \frac{\pi nz^{*}}{30} t - (q - 1)\frac{2\pi}{z^{*}} - \frac{1}{2} \sin \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} t - (q - 1)\frac{2\pi}{z^{*}} - \frac{1}{2} \sin \frac{3\pi kS_{n}}{l} + \frac{\pi nz^{*}}{30} t - (q - 1)\frac{2\pi}{z^{*}} + \frac{3}{2} \sin \frac{\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} t - (q - 1)\frac{2\pi}{z^{*}} + \frac{3}{2} \sin \frac{\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} t - (q - 1)\frac{2\pi}{z^{*}} - \frac{1}{2} \sin \frac{3\pi kS_{n}}{l} + \frac{\pi nz^{*}}{30} t - (q - 1)\frac{2\pi}{z^{*}} - \frac{1}{2} \sin \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} t - (q - 1)\frac{2\pi}{z^{*}} - \frac{1}{2} \sin \frac{3\pi kS_{n}}{l} + \frac{\pi nz^{*}}{30} t - (q - 1)\frac{2\pi}{z^{*}} - \frac{1}{2} \sin \frac{3\pi kS_{n}}{l} + \frac{\pi nz^{*}}{30} t - (q - 1)\frac{2\pi}{z^{*}} - \frac{1}{2} \sin \frac{3\pi kS_{n}}{l} + \frac{\pi nz^{*}}{30} t - (q - 1)\frac{2\pi}{z^{*}} - \frac{1}{2} \sin \frac{3\pi kS_{n}}{l} + \frac{\pi nz^{*}}{30} t - (q - 1)\frac{2\pi}{z^{*}} - \sin \frac{3\pi kS_{n}}{l} + \frac{\pi nz^{*}}{30} t + (q - 1)\frac{2\pi}{z^{*}} - \sin \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} t + (q - 1)\frac{2\pi}{z^{*}} - \sin \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} t + (q - 1)\frac{2\pi}{z^{*}} - \sin \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} t + (q - 1)\frac{2\pi}{z^{*}} - \sin \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} t + (q - 1)\frac{2\pi}{z^{*}} - \sin \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} t + (q - 1)\frac{2\pi}{z^{*}} - \sin \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} t + (q - 1)\frac{2\pi}{z^{*}} - \sin \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} t + (q - 1)\frac{2\pi}{z^{*}} - \sin \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} t + (q - 1)\frac{2\pi}{z^{*}} - \sin \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} t + (q - 1)\frac{2\pi}{z^{*}} - \sin \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} t + (q - 1)\frac{2\pi}{z^{*}} - \sin \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} t + (q - 1)\frac{2\pi}{z^{*}} - \sin \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} t + (q - 1)\frac{2\pi}{z^{*}} - \sin \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} t + (q - 1)\frac{2\pi}{z^{*}} - \sin \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} t + (q - 1)\frac{2\pi}{z^{*}} - \sin \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} t + (q - 1)\frac{2\pi}{z^{*}} - \sin \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}$$

$$\begin{split} &-\sin\frac{3\pi kS_n}{l} + \frac{\pi nz^*}{30} \ t - (q-1)\frac{2\pi}{z^*} - \sin\frac{3\pi kS_n}{l} - \frac{\pi nz^*}{30} \ t + (q-1)\frac{2\pi}{z^*} \ ; \\ &\rho \ J_y(z) \frac{3\pi k}{l} \frac{k^2}{l} + F(z) \frac{d^2\epsilon(t)}{dt^2} + EJ_y(z) \frac{3\pi k}{l} \frac{k}{\epsilon(t)} = \\ &= \frac{P_x}{l} \quad 3\sin\frac{\pi kS_n}{l} + \frac{\pi nz^*}{30} \ t - (q-1)\frac{2\pi}{z^*} + 3\sin\frac{\pi kS_n}{l} - \frac{\pi nz^*}{30} \ t + (q-1)\frac{2\pi}{z^*} - \\ &- \sin\frac{3\pi kS_n}{l} + \frac{\pi nz^*}{30} \ t - (q-1)\frac{2\pi}{z^*} - \sin\frac{3\pi kS_n}{l} - \frac{\pi nz^*}{30} \ t + (q-1)\frac{2\pi}{z^*} - \\ &- \sin\frac{3\pi kS_n}{l} + \frac{\pi nz^*}{30} \ t - (q-1)\frac{2\pi}{z^*} - \sin\frac{3\pi kS_n}{l} - \frac{\pi nz^*}{30} \ t + (q-1)\frac{2\pi}{z^*} - \\ &- \cos\frac{3\pi kS_n}{l} + \frac{\pi nz^*}{30} \ EJ_x \frac{\pi k}{l} - \rho \ J_x \frac{\pi k}{l} + \rho \ J_x \frac{\pi k}{l} + F \frac{\pi kS_n}{l} + \frac{\pi nz^*}{30} \ EJ_x \frac{\pi k}{l} + \frac{\pi nz^*}{30} \ EJ_x \frac{\pi k}{l} + \frac{\pi nz^*}{l} + F \frac{\pi kS_n}{l} + \frac{\pi nz^*}{30} \ EJ_x \frac{\pi k}{l} + \frac{\pi nz^*}{l} + F \frac{\pi kS_n}{l} + \frac{\pi nz^*}{30} \ EJ_x \frac{\pi k}{l} + \frac{\pi nz^*}{l} + F \frac{\pi kS_n}{l} + \frac{\pi nz^*}{30} \ EJ_x \frac{\pi k}{l} + \frac{\pi nz^*}{l} + F \frac{\pi kS_n}{l} + \frac{\pi nz^*}{30} \ EJ_x \frac{\pi k}{l} + \frac{\pi nz^*}{l} + \frac{\pi nz^*}{l} + \frac{\pi nz^*}{30} \ EJ_x \frac{\pi k}{l} + \rho \ J_x \frac{\pi k}{l} + F \frac{\pi nz^*}{30} \ EJ_x \frac{\pi k}{l} + \frac{\pi nz^*}{30} \ EJ_x \frac{\pi k}{l} + \rho \ J_x \frac{\pi k}{l} + F \frac{3\pi kS_n}{30} + \frac{\pi nz^*}{30} \ EJ_x \frac{\pi k}{l} + F \frac{3\pi kS_n}{30} + \frac{\pi nz^*}{30} \ EJ_x \frac{\pi k}{l} + F \frac{3\pi kS_n}{30} + \frac{\pi nz^*}{30} \ EJ_x \frac{\pi k}{l} + F \frac{3\pi kS_n}{30} + \frac{\pi nz^*}{30} \ EJ_x \frac{\pi k}{l} + \rho \ J_x \frac{\pi k}{l} + F \frac{3\pi kS_n}{30} + \frac{\pi nz^*}{30} \ EJ_x \frac{\pi k}{l} + \rho \ J_x \frac{\pi k}{l} + F \frac{3\pi kS_n}{30} + \frac{\pi nz^*}{30} \ EJ_x \frac{\pi k}{l} + \rho \ J_x \frac{\pi k}{l} + F \frac{3\pi kS_n}{30} - \frac{\pi nz^*}{30} \ EJ_x \frac{\pi k}{l} + \rho \ J_x \frac{\pi k}{l} + \rho \ J_x \frac{\pi k}{l} + F \frac{3\pi kS_n}{30} - \frac{\pi nz^*}{30} \ EJ_x \frac{\pi k}{l} + \rho \ J_x \frac{\pi k}{l} + F \frac{3\pi kS_n}{30} - \frac{\pi nz^*}{30} \ EJ_x \frac{\pi k}{l} + \rho \ J_x \frac{\pi k}{l} + \rho \ J_x \frac{\pi k}{l} + F \frac{3\pi kS_n}{30} - \frac{\pi nz^*}{30} \ EJ_x \frac{\pi k}{l} + \rho \ J_x \frac{\pi k}{l} + \rho \ J_x \frac{\pi k}{l} + \rho \ J_x \frac{\pi k}{l} + F \frac{3\pi kS_n}{30} - \frac{\pi nz^*}{30} \ EJ_x \frac{\pi k}{l} + \rho \ J_x \frac{\pi k}{l}$$

$$+\frac{P_{x}}{l}\left\langle \begin{array}{c} 3\frac{\pi kS_{n}}{l} + \frac{\pi nz^{*}}{30} & EJ_{y} & \frac{3\pi k}{l} & -\rho & J_{y} & \frac{3\pi k}{l} & ^{2} + F & \frac{\pi kS_{n}}{l} + \frac{\pi nz^{*}}{30} \\ EJ_{y} & \frac{3\pi k}{l} & -\rho & J_{y} & \frac{3\pi k}{l} & +F & \frac{\pi kS_{n}}{l} + \frac{\pi nz^{*}}{30} & ^{2} & +\left(EJ_{y}\eta\right)^{2} & \frac{3\pi k}{l} & 8 \\ +\cos & \frac{\pi kS_{n}}{l} & -\frac{\pi nz^{*}}{30} & EJ_{y} & \frac{3\pi k}{l} & -\rho & J_{y} & \frac{3\pi k}{l} & +F & \frac{\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} & \\ +\frac{3\frac{\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} & EJ_{y} & \frac{3\pi k}{l} & +\rho & J_{y} & \frac{3\pi k}{l} & +F & \frac{\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} & \\ -EJ_{y} & \frac{3\pi k}{l} & -\rho & J_{y} & \frac{3\pi k}{l} & +F & \frac{\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} & EJ_{y} & \frac{3\pi k}{l} & +\rho & J_{y} & \frac{3\pi k}{l} & +F & \frac{3\pi kS_{n}}{l} + \frac{\pi nz^{*}}{30} & \\ -\cos & \frac{\pi kS_{n}}{l} + \frac{\pi nz^{*}}{30} & EJ_{y} & \frac{3\pi k}{l} & +\rho & J_{y} & \frac{3\pi k}{l} & +F & \frac{3\pi kS_{n}}{30} + \frac{\pi nz^{*}}{l} & \\ +\cos & \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} & F & (q-1)\frac{2\pi}{z} & \\ -\frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} & EJ_{y} & \frac{3\pi k}{l} & -\rho & J_{y} & \frac{3\pi k}{l} & +F & \frac{3\pi kS_{n}}{30} & +\frac{\pi nz^{*}}{l} & \\ -\frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} & EJ_{y} & \frac{3\pi k}{l} & -\rho & J_{y} & \frac{3\pi k}{l} & +F & \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} & \\ -\frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} & EJ_{y} & \frac{3\pi k}{l} & -\rho & J_{y} & \frac{3\pi k}{l} & +F & \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} & \\ -\frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} & EJ_{y} & \frac{3\pi k}{l} & -\rho & J_{y} & \frac{3\pi k}{l} & -\rho & J_{y} & \frac{3\pi k}{l} & -\rho & J_{y} & \frac{3\pi k}{l} & \\ -\cos & \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} & F & (q-1)\frac{2\pi}{z} & \\ -\cos & \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} & f & (q-1)\frac{2\pi}{z} & \\ -\cos & \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} & f & (q-1)\frac{2\pi}{z} & \\ -\cos & \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} & f & (q-1)\frac{2\pi}{z} & \\ -\cos & \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} & f & (q-1)\frac{2\pi}{z} & \\ -\cos & \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} & f & (q-1)\frac{2\pi}{z} & \\ -\cos & \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} & f & (q-1)\frac{2\pi}{z} & \\ -\cos & \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{30} & f & (q-1)\frac{2\pi}{z} & \\ -\cos & \frac{3\pi kS_{n}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{l} - \frac{\pi nz^{*}}{l} & f & (q-1)\frac{2\pi}{l} & \\ -\cos & \frac{3\pi kS_{n}}{l} -$$

**Заключение.** Полученные выражения позволяют теоретически рассчитать спектр вибраций лонжерона и на этой основе определить ожидаемые уровни излучаемого шума, что, в свою очередь, является основой для акустиче-

ского проектирования систем шумозащиты с требуемой величиной звуко-изолирующей способности.

# Библиографический список

- 1. *Балыков И.А.* Влияние процессов резания на шум фрезерных станков / И.А. Балыков, А.Н. Чукарин, Д.З. Евсеев // Новое в безопасности жизнедеятельности и экологии: Сб. ст. докл. конф., Санкт-Петербург 14-16 октября. –СПб., 1996. С. 222-223.
- 2. *Балыков И.А.* О расчете шума, излучаемого заготовкой при фрезеровании / Донской гос. техн. ун-т. –Ростов н/Д, 1996. Деп. в ВИНИТИ 16.08.96, № 2685-В96.
- 3. *Чукарин А.Н., Балыков И.А.* Экспериментальные исследования шума и вибрации фрезерных станков / Донской гос. техн. ун-т. –Ростов н/Д, 1996. Деп. в ВИНИТИ 16.08.96, № 2687-В96.
- 4. *Жарков И.Г.* Вибрации при обработке лезвийным инструментом. / И.Г. Жарков. Л.: Машиностроение, 1986. 184 с.
- 5. Справочник технолога-машиностроителя, Т.2 / Под ред. А.Г. Косиловой и др. М.: Машиностроение, 1985. 496 с.
- 6. Расчеты на прочность в машиностроении / Под ред. С.Д. Пономарева. М.: Машгиз, 1959. –884 с.

Материал поступил в редакцию 20.01.09.

#### O.A. KALASHNIKOVA

## **ABOUT ACCOUNT OF VIBRATION SPEEDS AT MILLING SPARS**

Process of formation of vibrations in-process surveyed at milling lengthy details (spars). Analytical dependences which allow to calculate a spectrum of vibrations of the spar are obtained and on this basis to define expected levels of emitted noise.

**КАЛАШНИКОВА Оксана Александровна**, инженер ОАО "Роствертол", соискатель кафедры "Технологическое оборудование" ДГТУ. Окончила ЮРГТУ (2006).

Область научных интересов - виброакустическая динамика технологических систем.

Автор 4 научных работ.

dkoryrev@dstu.edu.ru